＋α　数学　筑波大学付属高等学校　2021年度

本校の入試問題では，数の列についての規則性を見つけ出すものがよく出題される。それらに関することについて研究しておこう。

1　30から300までの自然数の中にある3で割り切れる数を小さいものから順に並べたものがある。これについて，次の各問いに答えなさい。

(1)　この数の列に数は何個あるか。

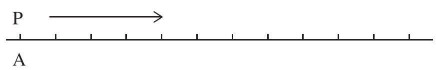
(2)　この数の列の小さい方から20番目の数はいくつか。

(3)　この数の列の数を全部加えるといくつになるか。

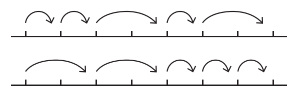
2　右図のような数直線で，点Pが点Aから右方向に動くとき，1回に1または2動くものとする。目盛り3の場所までの移動の仕方は，(1，1，1)，(1，2)，(2，1)の3通りある。これについて次の各問いに答えなさい。

(1)　目盛り5までの移動の仕方は何通りあるか。

(2)　目盛り10までの移動の仕方は何通りあるか。



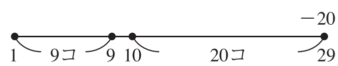
(例)



〈解説〉

1　(1)　「300－30＝270　　270÷3＝90　　よって，90個」は間違いである。「30＝3×10，300＝3×100　　よって，100－10＝90」も間違いである。30は3の倍数の10番目，300は3の倍数の100番目であることは確かであるが，10から100までの数には，10も入るのだから91個ある。ここは，1から100までは100個，そこから(10から100までに入らない)1から9までの個数を引くと考えるとよい。

(2)　『3×20＝60　　30＋60＝90』は間違いである。右図で示すように，30を1番目として数えた20番目は，3の倍数の29番目の数だから，3×29＝87となる。ここは，1番目から20番目までに20－1＝19(番目)増えると考えて，30＋3×19＝87としてもよい。



(3)　1からnまでの自然数の和は，本文解説や合否を分けた問題で説明してあるように，$\dfrac{n(n+1)}{2}$として求めることができるから，$3+6+9+\cdots+300=3\times(1+2+3+\cdots+100)=3\times\dfrac{100\times(100+1)}{3}$　　$3+6+9+\cdots+27=3\times(1+2+3+\cdots+9)=3\times\dfrac{9\times(9+1)}{2}$

よって，$3\times\dfrac{100\times(100+1)}{3}-3\times\dfrac{9\times(9+1)}{2}=3\times(5050-45)=15015$

30から300までが91個あると正しく求められているなら，$\dfrac{91\times(30+300)}{2}=91\times165=$15015と求めてもよい。

2　(1)　(1，1，1，1，1)，(2，1，1，1)，(1，2，1，1)，(1，1，2，1)，(1，1，1，2)，(2，2，1)，(2，1，2)，(1，2，2)の8通りある。

(2)　1の目盛りから5の目盛りまで，移動の仕方はそれぞれ，1，2，3，5，8(通り)ある。(n+2)番目の数がn番目と(n+1)番目の数の和になると推測できるから，目盛り10までの移動の仕方は，1，2，3，5，8，13，21，34，55，89　　よって，89(通り)