2019年度

解　答　と　解　説

《2019年度の配点は解答欄に掲載してあります。》

＜数学解答＞

1　(1)　ア　4　イ　0　(2)　ウ　3　エ　1　オ　6　(3)　カ　3　キ　2
　(4)　ク　5　ケ　1　コ　3　サ　6　(5)　シ　2　ス　－　セ　1

2　(1)　ア　1　イ　2　(2)　ウ　6　エ　1　オ　8

3　(1)　ア　1　イ　1　ウ　2　(2)　エ　1　オ　3

4　ア　2　イ　7　5　ア　4　イ　9　ウ　5

6　(1)　ア　1　イ　6　(2)　ウ　1　エ　2　7　ア　8

○推定配点○

1　各5点×6　2　各7点×2((2)は完答)　3　各6点×2　4　10点　5　10点

6　(1)　6点　(2)　8点　7　10点　計100点

＜数学解説＞

1　(小問群－数・式の計算，因数分解，平方根の計算，二次方程式，連立方程式)

基本　(1)　$(-2)^3+4^2\times3=(-8)+16\times3=(-8)+48=40$

基本　(2)　$x^2-13x-48=(x+3)(x-16)$　(たして-13，かけて-48になる2数は$+3$と-16)

(3)　$\sqrt{50}-2\sqrt{32}+\sqrt{72}=5\sqrt{2}-2\times4\sqrt{2}+6\sqrt{2}=5\sqrt{2}-8\sqrt{2}+6\sqrt{2}=3\sqrt{2}$

(4)　$3x^2-5x+1=0$　二次方程式の解の公式を使って，$x=\dfrac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times3\times1}}{2\times3}=\dfrac{5\pm\sqrt{25-12}}{6}=\dfrac{5\pm\sqrt{13}}{6}$

(5)　$4x-5y=13$…①，$-3x+4y=-10$…②とする。①×4＋②×5から，$x=2$　①に代入して，$8-5y=13$　$-5y=5$　$y=-1$

2　(小問群－方程式の応用，単位当たりの量，食塩水の濃度)

(1)　A管のみで72分で一杯になることから，A管では1分間に水槽全体の容積の$\dfrac{1}{72}$を入れることができる。同様に，B管は1分間に水槽全体の容積の$\dfrac{1}{36}$，C管は1分間に水槽全体の容積の$\dfrac{1}{24}$を入れることができる。3本同時に使うときは，1分間に水槽全体の$\dfrac{1}{72}+\dfrac{1}{36}+\dfrac{1}{24}=\dfrac{1}{72}+\dfrac{2}{72}+\dfrac{3}{72}=\dfrac{6}{72}=\dfrac{1}{12}$入る。よって，一杯になるまでにかかる時間は12分である。

(2)　食塩水Aと食塩水Bの濃度を，それぞれx％，y％とする。x％の食塩水200gとy％の食塩水100gを混ぜると10％の食塩水が300gできるのだから，含まれる食塩の量の関係は，$200\times0.01x+100\times0.01y=300\times0.1$　$2x+y=30$…①　x％の食塩水100gとy％の食塩水500gを混ぜると16％の食塩水が600gできるのだから，$100\times0.01x+500\times0.01y=600\times0.16$　$x+5y=96$…②　①×5－②から，$9x=54$　$x=6$　①に代入して，$12+y=30$　$y=18$　したがって，食塩水Aの濃

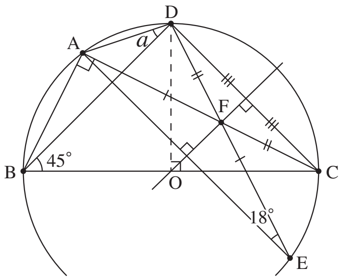
度は6%，食塩水Bの濃度は18%

3 （確率－サイコロの目）

(1)　サイコロを2回投げたときの目の出方は，1回目に6通りあり，そのそれぞれに対して2回目に6通りずつの出方があるので，目の出方の総数は$6^2=36$(通り)　$a+b=10$となる場合は，$(a, b)=(4, 6)$，$(5, 5)$，$(6, 4)$の3通りあるから，その確率は，$\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$

(2)　aを十の位の数，bを一の位の数として作った2けたの数が3の倍数であるとき，$a+b$が3の倍数となる。$(a, b)=(1, 2)$，$(1, 5)$，$(2, 1)$，$(2, 4)$，$(3, 3)$，$(3, 6)$，$(4, 2)$，$(4, 5)$，$(5, 1)$，$(5, 4)$，$(6, 3)$，$(6, 6)$の12通りあるから，その確率は，$\frac{12}{36}=\frac{1}{3}$

やや難
4 （平面図形－円の性質，角度）



AE//DCなので錯角は等しく，∠EDC＝∠DEA＝18°　FC＝FDなので△FCDは二等辺三角形であり，底角は等しいから，∠FCD＝∠FDC＝18°　よって，∠ACD＝∠AED　直線ADについて同じ側にある2つの角が等しいので，4点A，E，C，Dは同じ円の円周上にある。

△FAE，△FCDは二等辺三角形であり，二等辺三角形の底辺の垂直二等分線は頂点を通る。また，線分の垂直二等分線上の点は線分の両端から等しい距離にあるので，4点A，E，C，Dを通る円の中心をOとすると，点OはAE，CDの垂直二等分線上にある。∠COD＝90°となる位置に点Oをとると，∠CBD＝$\frac{1}{2}$∠CODなので，点Bも同じ円周上にある。そして，∠BAC＝90°だから，BCはこの円の直径であり，点OはBC上にある。

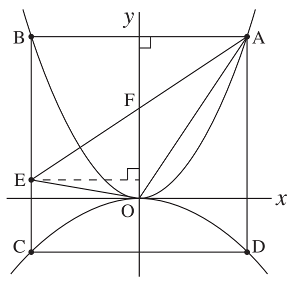
同じ弧に対する円周角は等しいので，∠ABD＝∠AED＝18°　∠ACB＝180°－90°－45°－18°＝27°　弧ABに対する円周角なので，a＝∠ACB＝27°

やや難
5 （正の整数－位の数，式の扱い）

$$\begin{array}{r} 100p+10q+r \\ \rightarrow\ 100r+10q+p \\ \hline 100a+10b+c \end{array}$$

百の位の数，十の位の数，一の位の数がそれぞれa，b，cなので，元の3桁の数字は$100a+10b+c$と表される。各位の数を大きい順にp，q，rとすると，大きい順に並べた数は，$100p+10q+r$，小さい順に並べた数は，$100r+10q+p$　よって，右図のような式になる。$r<p$なので，一の位の引き算は十の位から10を借りてきて引くから，$10+r-p=c$…①　$100p+10q+r$の十の位は$10(q-1)$となり，$10q$は引けないから，百の位から100を借りて来て，$100+10(q-1)-10q=10b$　$10b=90$　$b=9$…②　よって，$p=9$…③　$100p+10q+r$の百の位は十の位に100貸したから，$100(p-1)-100r=100a$　$p-1-r=a$…④　①，③から$10+r-9=c$　$c-r=1$…⑤　③，④から$9-1-r=a$　$a+r=8$…⑥　⑤＋⑥から$a+c=9$よって，これらにあてはまる正の整数は，$a=r=4$　$c=5$　したがって，元の3桁の整数は，495

6 （関数・グラフと図形－関数の式，正方形，三角形の面積，座標）



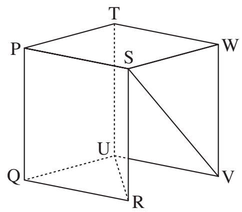
(1)　点A，Dはx座標が3だから，それぞれの点のy座標をaを用いて表すと，$3a\times3^2=27a$，$-a\times3^2=-9a$　AD＝6だから，$27a-(-9a)=6$　$36a=6$　$a=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$

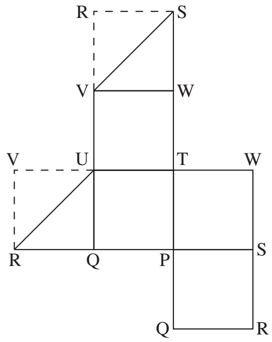
やや難 (2)　直線AEとy軸との交点をFとすると，△AOE＝△AOF＋△EOF

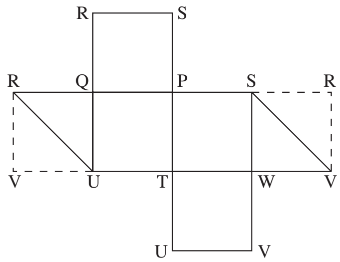
△AOF，△EOFの底辺をOFとすると，高さはそれぞれ点A，点Eからy軸までの距離の3だから，$\frac{1}{2}\times\mathrm{OF}\times3+\frac{1}{2}\times\mathrm{OF}\times3=\frac{1}{2}\times\mathrm{OF}\times(3+3)$　これが，$\frac{15}{2}$になるとき，$3\times\mathrm{OF}=\frac{15}{2}$　$\mathrm{OF}=\frac{5}{2}$　よって，$\mathrm{F}\left(0,\ \frac{5}{2}\right)$　$a=\frac{1}{6}$なので，$\mathrm{A}\left(3,\ \frac{9}{2}\right)$　よって，直線AFの傾きは，$\left(\frac{9}{2}-\frac{5}{2}\right)\div3=\frac{2}{3}$　直線AEの式は$y=\frac{2}{3}x+\frac{5}{2}$なので，点Eの$y$座標は，$y=\frac{2}{3}\times(-3)+\frac{5}{2}=\frac{1}{2}$

7 （空間図形－展開図）

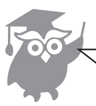
図Ⅰのように点P～Wをおく。△RQUが四角形PQRSまたは四角形PQUTにつながることや，△SVWが四角形PSWTまたは四角形TUVWにつながることに着目して展開図に点を入れていくと，CとE以外の展開図では面が重なるものが生じてしまう。CとEの場合には，図Ⅱ，図Ⅲとなるので，展開図として正しい。







★ワンポイントアドバイス★



4は等しい角を見つけ，4点A，E，C，Dが同じ円の円周上にあることからスタートする。5はまずは適当な数で実際にやってみよう。6の(2)は直線AEの式を求めることから始めるとよい。