

平成 30 年 度

解 答 と 解 説

《平成30年度の配点は解答用紙に掲載してあります。》

<数学解答> 《学校からの正答の発表はありません。》

1. (1) $x = -3, x = 2$ (2) ① $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2}$ ② $-2\sqrt{6}$ (3) 130度 (4) $\frac{4}{15}$
 2. (1) -3 (2) $\frac{27}{2}$ (3) $\frac{-3-\sqrt{21}}{2}, \frac{-3+\sqrt{21}}{2}$ 3. 9歳
 4. (1) $6\pi \text{ cm}$ (2) $(3+2\sqrt{3})\pi \text{ cm}$
 5. (1) 解説参照 (2) ① 2 ② $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

<数学解説>

1. (小問群－2次方程式、式の値、平方根の計算、円の性質、角度、確率)

基本

- (1) $x(x-5)=2(x-3)(x+1)$ $x^2-5x=2(x^2-2x-3)$ $x^2-5x=2x^2-4x-6$ $x^2+x-6=0$
 $(x+3)(x-2)=0$ $x=-3, x=2$
 (2) ① $a-b=(\sqrt{5}+\sqrt{3}+\sqrt{2})-(\sqrt{5}-\sqrt{3}-\sqrt{2})=\sqrt{5}+\sqrt{3}+\sqrt{2}-\sqrt{5}+\sqrt{3}+\sqrt{2}=2\sqrt{3}+2\sqrt{2}$
 よって、 $\frac{1}{a-b}=\frac{1}{2\sqrt{3}+2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2}$
 ② $ab=(\sqrt{5}+\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{3}-\sqrt{2})=\{\sqrt{5}+(\sqrt{3}+\sqrt{2})\}\{\sqrt{5}-(\sqrt{3}+\sqrt{2})\}=(\sqrt{5})^2-(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2=5-(3+2\sqrt{6}+2)=-2\sqrt{6}$
 (3) 弦ACを引くと、CEは円Oの直径なので、 $\angle EAC=90^\circ$ $\triangle ODC$ は二等辺三角形なので、
 $\angle ODC=\angle OCD=40^\circ$ 弧BCに対する円周角なので、 $\angle BAC=\angle BDC=40^\circ$ したがって、
 $x=\angle BAE=\angle EAC+\angle BAC=130^\circ$
 (4) 青い玉をB、黄色い玉をY₁, Y₂, 赤い玉をR₁, R₂, R₃とすると、6個の中から同時に2個の玉を取り出す取り出し方は、(B, Y₁), (B, Y₂), (B, R₁), (B, R₂), (B, R₃), (Y₁, Y₂), (Y₁, R₁), (Y₁, R₂), (Y₁, R₃), (Y₂, R₁), (Y₂, R₂), (Y₂, R₃), (R₁, R₂), (R₁, R₃), (R₂, R₃)の15通りあり、そのうち2個とも同じ色である場合が、(Y₁, Y₂), (R₁, R₂), (R₁, R₃), (R₂, R₃)の4通りあるから、その確率は、 $\frac{4}{15}$

2. (関数・グラフと図形－2乗に比例する関数、1次関数、座標、面積)

基本

- (1) $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフはy軸について対称である。よって、OA=OBなので点A、点Bもy軸について対称である。AB=6であることから、点Aのx座標は-3 よって、 $a=-3$
 (2) 点Bのx座標は3であり、点A、点Bともにy座標は $\frac{9}{2}$ だから、 $\triangle OAB$ の面積は、 $\frac{1}{2} \times 6 \times \frac{9}{2} = \frac{27}{2}$
 (3) $\triangle OAC$ の面積が $\triangle OAB$ の面積の $\frac{1}{6}$ となる点Cを通る直線OAに平行な直線を引き、y軸との交点をD(0, d)とすると、平行線間の距離は一定だから、 $\triangle OAC=\triangle OAD$ $\triangle OAD$ の底辺をOD

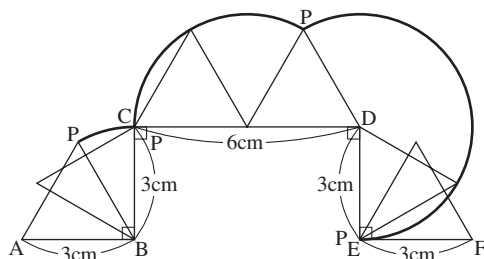
とみると高さは点AからODまでの距離、つまり3だから、 $\triangle OAD = \frac{1}{2} \times d \times 3 = \frac{27}{2} \times \frac{1}{6} = \frac{3}{2}d$
 $= \frac{9}{4}$ $d = \frac{3}{2}$ 平行な直線の傾きは等しく、直線OAの傾きは、 $\frac{9}{2} \div (-3) = -\frac{3}{2}$ だから、
 直線CDの式は $y = -\frac{3}{2}x + \frac{3}{2}$ 点Cは $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフと直線 $y = -\frac{3}{2}x + \frac{3}{2}$ の交点だから、
 そのx座標は方程式 $\frac{1}{2}x^2 = -\frac{3}{2}x + \frac{3}{2}$ の解として求められる。 $x^2 + 3x - 3 = 0$ 解の公式を用い
 ると、 $x = \frac{-3 \pm \sqrt{9+12}}{2 \times 1} = \frac{-3 \pm \sqrt{21}}{2}$ よって、点Cのx座標は $\frac{-3 - \sqrt{21}}{2}$, $\frac{-3 + \sqrt{21}}{2}$

3. (方程式の応用—年齢、一次方程式)

今日の妹の年齢をx、姉の年齢をyとする。妹が生まれたときの姉の年齢はy-xで、そのとき、
 父の年齢は5(y-x)だったから、今日の父の年齢は5(y-x)+x=5y-4x 今日の母の年齢は5y-
 4x+2 よって、今日の4人の年齢の和は、x+y+(5y-4x)+(5y-4x+2)=126 $11y-7x=$
 $124 \cdots \textcircled{1}$ 1年前の姉と妹の年齢はそれぞれ(y-1), (x-1) よって、y-1=2(x-1) $y=$
 $2x-1 \cdots \textcircled{2}$ ②を①に代入すると、 $11(2x-1)-7x=124$ $22x-11-7x=124$ $15x=135$
 $x=9$ よって、妹は今日で9歳である。

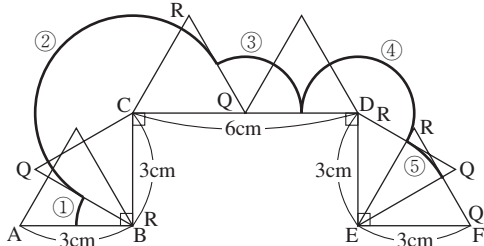
4. (平面図形—図形の移動、動線の長さ、三平方の定理)

(1) 正三角形PQRがすべらずに回転したとき、
 頂点Pは右図の太線上を動く。1回目には、点B
 を中心とする半径3cm、中心角30°のおうぎ形の
 弧を描く。2回目には、CDの中点を中心とす
 る半径3cm、中心角120°のおうぎ形の弧を描く。
 3回目には、点Dを中心とする半径3cm、中心角
 210°のおうぎ形の弧を描く。 $30^\circ + 120^\circ + 210^\circ =$
 360° だから、点Pが動いてできる線の長さは半
 径3cmの円の円周となる。したがって、 $2 \times \pi \times 3 = 6\pi$ (cm)



やや難

(2) 辺QRの中点Mは右図の太線上を動く。①は
 半径 $\frac{3}{2}$ cm、中心角30°のおうぎ形の弧、③は半
 径 $\frac{3}{2}$ cm、中心角120°のおうぎ形の弧、④は半
 径 $\frac{3}{2}$ cm、中心角210°のおうぎ形の弧なので、
 $\textcircled{1} + \textcircled{3} + \textcircled{4} = 2 \times \pi \times \frac{3}{2} \times \frac{30+120+210}{360} = 3\pi$



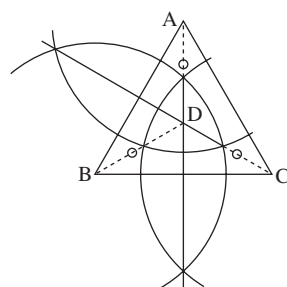
②, ⑤については、PMは1辺の長さが3の正三角形の高さなので、三平方の定理を用いることに
 よって、 $PM = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ ②の中心角は210°, ⑤の中心角は、30°だから、 $\textcircled{2} + \textcircled{5} = 2 \times \pi \times \frac{3\sqrt{3}}{2} \times$
 $\frac{240}{360} = 2\sqrt{3}\pi$ したがって、点Mが動いてできる線の長さは、 $3\pi + 2\sqrt{3}\pi = (3+2\sqrt{3})\pi$

5. (空間図形—正多角形の中心の定義、作図、正八面体、四面体、長さ、体積)

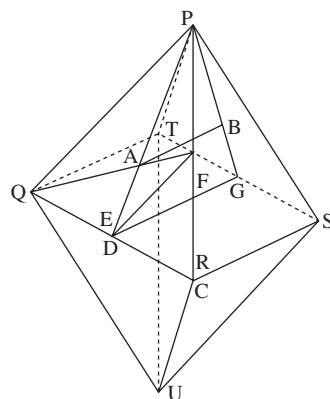
重要

(1) 次ページの図の正三角形ABCについて、線分ABの垂直二等分線と線分BCの垂直二等分線を
 引き、その交点をDとすると、線分の垂直二等分線上の点は線分の両端から等しい距離にあるの

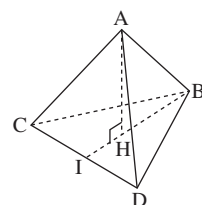
で、 $AD=BD$, $BD=BC$ よって、 $AD=BD=CD$ であり、点Dは正三角形ABCの各頂点から等距離にあるので、正三角形ABCの中心である。



- (2) ① 右図の正八面体PQRSTUで、 $\triangle PQR$ の中心をAとすると、 $\triangle PQR$ と1辺を共有している $\triangle PQT$, $\triangle QRU$, $\triangle PRS$ の中心が点Aから最も近い中心の点なので除外する。 $\triangle PQR$ と向かい合う $\triangle UST$ の中心が点Aから最も遠い中心の点なので除外する。よって、 $\triangle PST$, $\triangle URS$, $\triangle UQT$ の中心が、点B, C, Dとなる。QR, RPの中点をそれぞれE, Fとすると、PE, QFはそれぞれQR, RPの垂直二等分線である。よって、 $\triangle RPQ$ において、中点連結定理から、 $EF:PQ=1:2$ また、 $EF//PQ$ なので、 $EA:PA=EF:PQ=1:2$ よって、 $PA:PE=2:3$ STの中点をGとすると、同様にして $PB:PG=2:3$ したがって、 $AB:EG=2:3$ $AB=3 \times \frac{2}{3}=2$



- ② 同様にして、 $AC=AD=BC=CD=DB=2$ なので、四面体ABCDは1辺の長さが2の正四面体である。正四面体ABCDにおいて、点Aから面BCDに垂線AHを引くと、点Hは正三角形BCDの中心となる。よって、CDの中点をIとすると、BIはCDの垂直二等分線であり、 $BH:BI=2:3$ $BC:CI:BI=2:1:\sqrt{3}$ なので、 $BI=\sqrt{3}$ よって、 $BH=\sqrt{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$



$$\frac{2\sqrt{3}}{3} \quad \triangle AHB \text{で三平方の定理を用いると、} AH = \sqrt{2^2 - \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{24}{9}} = \frac{2\sqrt{6}}{3} \quad \text{よって、}$$

$$V = \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 2 \times \sqrt{3}\right) \times \frac{2\sqrt{6}}{3} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

★ワンポイントアドバイス★



2.は、放物線がy軸について対称であることから点A, Bの座標が決まる。3.は妹と姉の今日の年齢を文字で表す。4.は正三角形を移動させた図を次々と書いていく。5.は、辺を共有する面の中心が最も近く、向かい合う面が最も遠いことから4点が決まる。

<英語解答> 《学校からの正答の発表はありません。》

- 1 聞き取りの問題解答省略
- 2 書き取りの問題解答省略