

平成28年度

解 説 と 解 答

<数学解説>

1. (数・式の計算, 平方根, 因数分解)

$$(1) \quad (-1)^2 - 2 \times (-3) - (-3)^3 = 1 + 6 - (-27) = 1 + 6 + 27 = 34$$

$$(2) \quad \left(\frac{3}{2} - \frac{2}{3}\right) \div \left(\frac{5}{3} - \frac{3}{5}\right) = \left(\frac{9}{6} - \frac{4}{6}\right) \div \left(\frac{25}{15} - \frac{9}{15}\right) = \frac{5}{6} \div \frac{16}{15} = \frac{5}{6} \times \frac{15}{16} = \frac{25}{32}$$

$$(3) \quad \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{1 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{2 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{2\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$(4) \quad (3x+y)^2 - (3x-y)^2 = \{(3x+y) + (3x-y)\} \{(3x+y) - (3x-y)\} = 6x \times 2y = 12xy$$

2. (一次方程式, 二次方程式, 平方根, 因数分解, 数の性質)

$$(1) \quad \frac{4x-1}{3} = x - \frac{3x-1}{4} \quad 4(4x-1) = 12x - 3(3x-1) \quad 16x-4 = 12x-9x+3 \quad 13x=7 \quad x=\frac{7}{13}$$

$$(2) \quad (x+1)(x-3)=1 \quad x^2-2x-3=1 \quad x^2-2x-3-1=0 \quad x^2-2x-4=0 \quad \text{解の公式より,}$$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \times 1 \times (-4)}}{2 \times 1} = \frac{2 \pm \sqrt{4+16}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{20}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{5}}{2} = 1 \pm \sqrt{5}$$

$$(3) \quad (i) \quad \text{上式を①, 下式を②とすると, ①} \times 2 - \text{②} \times 3 \text{より, } -x = -3 \quad x = 3 \cdots \text{③} \quad \text{③を①に}$$

$$\text{代入して, } 4 \times 3 - 3y = 6 \quad 12 - 3y = 6 \quad -3y = 6 - 12 \quad -3y = -6 \quad y = 2$$

$$(ii) \quad \frac{1}{x} = X, \frac{1}{y} = Y \text{ とおくと, (i) と同じ式になるので, } (X, Y) = (3, 2) \quad X, Y \text{ をもとにもどし}$$

$$\text{て, } \left(\frac{1}{x}, \frac{1}{y}\right) = (3, 2) \quad (x, y) = \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right)$$

$$(4) \quad x^4 y^2 - x^2 y^4 = (xy)^2 (x+y)(x-y) = \{(\sqrt{10}+3)(\sqrt{10}-3)\}^2 \{(\sqrt{10}+3) + (\sqrt{10}-3)\} \{(\sqrt{10}+3) - (\sqrt{10}-3)\} = \{(\sqrt{10})^2 - 3^2\}^2 (\sqrt{10}+3 + \sqrt{10}-3) (\sqrt{10}+3 - \sqrt{10}-3) = (10-9)^2 \times 2\sqrt{10} \times 6 = 12\sqrt{10}$$

$$(5) \quad \sqrt{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times n} = \sqrt{1^2 \times 2 \times 3 \times 2^2 \times 5 \times (2 \times 3) \times 7 \times (2 \times 2 \times 2) \times 3^2 \times n} \text{ が自然数になるような最小の } n \text{ の値は, } n = 5 \times 7 \times 2 = 70$$

3. (確率)

$$(1) \quad 1 \text{ 回目に出た目の数を } a, 2 \text{ 回目に出た目の数を } b \text{ とする. さいころを 2 回投げたときの出た目の組み合わせの数は, 全部で } 6 \times 6 = 36 \text{ (通り) そのうち, 電球が 1 つだけ点灯している場合の数は, } (a, b) = (3, 6), (6, 3) \text{ の 2 通りなので, 求める確率は, } \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$$

$$(2) \quad 4 \text{ つ点灯するのは, } (a, b) = (1, 3), (3, 1), (2, 5), (5, 2) \text{ の 4 通り. } (a, b) = (1, 3), (3, 1) \text{ では, 3 番と 6 番のスイッチが 2 回押されるので, 消えている. また, } (a, b) = (2, 5), (5, 2) \text{ では, 1 番と 3 番のスイッチが 1 回も押されないのので, 消えている. よって, 3 番となる.}$$

4. (空間図形)

断面の図形Pの面積Sは, 面FがM, Nを通るときS=0, 面FがMからNへ動くとき, MNの中点までは増加し, それ以降は減少する. Pの周の長さℓは, ADの2倍の長さになる. よって, 正しいグラフは㉗。

5. (証明)

基本

$$(1) \quad \angle BAE = \angle BME = 90^\circ, \angle BEA = \angle BEM = 60^\circ, BE = BE \text{ より, } \triangle BAE \equiv \triangle BME \text{ よって, ①.}$$

- (2) $\angle BMF = \angle BCF = 90^\circ$, $BM = BC$, $BF = BF$ より, $\triangle BMF \equiv \triangle BCF$ よって, ㊦。
 (3) $\angle BFM = \angle BFC$, $\angle MFC = \angle BFM + \angle BFC = 150^\circ$ より, $\angle BFE (= \angle BFM) = \frac{1}{2} \angle MFC = \frac{1}{2} \times 150^\circ = 75^\circ$ よって, ㊧。

6. (図形と関数・グラフ)

$x > 0$ において, 正六角形と $y = ax^2$ の接点をA, 点Aから x 軸に引いた垂線と x 軸との交点をBとする。
 $OA = 1$ で, $\triangle OAB$ は $\angle B = 90^\circ$, $\angle OAB = 60^\circ$ の直角三角形なので, $AB = \frac{1}{2}$, $OB = \frac{\sqrt{3}}{2}$ より, 点Aの座標は, $A\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$ 点Aが $y = ax^2$ 上にあるので, Aの座標を代入すると, $\frac{1}{2} = a \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$ $a = \frac{2}{3}$

重要 7. (平面図形)

正方形ABCDの面積は, $4^2 = 16$ $\triangle ABC$ の面積は, $\frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$ $AB // CF$ より, $AH : CH = AB : CF = 3 : 1$ よって, $\triangle ABH$ の面積 : $\triangle CBH$ の面積 $= 3 : 1$ $\triangle ABC$ の面積 : $\triangle CBH$ の面積 $= (3 + 1) : 1 = 4 : 1$ より, $\triangle CBH$ の面積 $= \frac{1}{4} \times \triangle ABC$ の面積 $= \frac{1}{4} \times 8 = 2$ また, $BH : HF = AB : CF = 3 : 1$ より, $\triangle CBH : \triangle CFH = 3 : 1$ なので, $\triangle CFH$ の面積 $= \frac{1}{3} \times 2 = \frac{2}{3}$ $\triangle ABE = \frac{1}{4} \times$ 正方形ABCDの面積 $= \frac{1}{4} \times 16 = 4$ $AE // BC$ より, $\triangle AGE \sim \triangle CGB$ なので, $EG : BG = AE : CB = 1 : 2$ よって, $\triangle AGE$ の面積 : $\triangle ABG$ の面積 $= 1 : 2$ $\triangle ABE$ の面積 : $\triangle AGE$ の面積 $= (1 + 2) : 1 = 3 : 1$ より, $\triangle AGE$ の面積 $= \frac{1}{3} \times 4 = \frac{4}{3}$ 五角形DEGHFの面積 $= \triangle ACD$ の面積 $- (\triangle CFH$ の面積 $+ \triangle AGE$ の面積) $= 8 - \left(\frac{2}{3} + \frac{4}{3}\right) = 8 - 2 = 6$

8. (角度)

円の中心をO, 短い方の $\widehat{AC}$ に対する中心角を $\angle AOC$, 長い方の $\widehat{AC}$ に対する中心角を $\angle AOC'$ とする。円周角の定理より, $\angle ABC = \frac{1}{2} \angle AOC$, $\angle ADC = \frac{1}{2} \angle AOC'$ $\angle AOC + \angle AOC' = 360^\circ$ より, $\angle ABC + \angle ADC = \frac{1}{2} \angle AOC + \frac{1}{2} \angle AOC' = \frac{1}{2} \times 360^\circ = 180^\circ$ $\triangle ABD$ で $\angle O + \angle \Delta = (\angle ABC + \angle ADC) \div 3 = 180^\circ \div 3 = 60^\circ$ より, $2\angle O + 2\angle \Delta = 120^\circ$ よって, $\angle x = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$

やや難 9. (平面図形)

$\angle B = \angle A = (180^\circ - 90^\circ) \div 2 = 45^\circ$ $AC = BC = 2$ とすると, $AB = 2\sqrt{2}$, $AM = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} = \sqrt{2}$
 $\triangle ABC$ の面積は, $\frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$ 点Aを含むおうぎ形の面積は, $\pi \times (\sqrt{2})^2 \times \frac{45}{360} = \frac{\pi}{4}$ 点Bを含む
 おうぎ形の面積は, $\pi \times 2^2 \times \frac{45}{360} = \frac{\pi}{2}$ 2つのおうぎ形の面積の和 $- P + Q = \triangle ABC$ の面積より,
 $\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}\right) - P + Q = 2$ $Q - P = 2 - \frac{3}{4}\pi$ $\frac{3}{4}\pi = 2.3\cdots$ より, $Q - P < 0$ となるので, $P > Q$

<数学解答> 《模範解答・配点は学校から公表されておりません。》

1. (1) 34 (2) $\frac{25}{32}$ (3) 0 (4) $12xy$ 2. (1) $(x =) \frac{7}{13}$ (2) $(x =) 1 \pm \sqrt{5}$
 (3) (i) $(x, y) = (3, 2)$ (ii) $(x, y) = \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right)$ (4) $12\sqrt{10}$ (5) $(n =) 70$
 3. (1) $\frac{1}{18}$ (2) 3(番の電球) 4. ㊦ 5. (1) ㊠ (2) ㊡ (3) ㊢
 6. $(a =) \frac{2}{3}$ 7. 6 8. $(\angle x =) 60(\text{度})$ 9. ㊠

○推定配点○ 計100点

1. 各5点×4 2. 各5点×6 3. 各5点×2 4. 5点 5. 各5点×3 6. 5点 7. 5点
 8. 5点 9. 5点